

FACULDADE PEDRO II
INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO

**A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS E DOS MATERIAIS
CONCRETOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
DE CONTAGEM NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Denise da Silva Costa Moreira
Vanessa Moreira Dias

Belo Horizonte
2010

Denise da Silva Costa Moreira
Vanessa Moreira Dias

**A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS E DOS MATERIAIS
CONCRETOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
DE CONTAGEM NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada ao Curso de Graduação da Faculdade Pedro II - Instituto Superior de Educação, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Maria das Graças Gomes Barbosa

Belo Horizonte
2010

541

DIAS, Vanessa Moreira; MOREIRA, Denise da Silva Costa.

Licenciatura em Matemática: A Importância dos Jogos e dos Materiais Concretos na Resolução de Problemas de Contagem no Ensino Fundamental – Belo Horizonte, 2010.

65f.

Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Faculdade Pedro II – FAPE2

1. Reflexões Fundamentais e Gerais Sobre a Matemática – Título

CDU : 510 e 510-8

Denise da Silva Costa Moreira
Vanessa Moreira Dias

A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS E DOS MATERIAIS CONCRETOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE CONTAGEM NO ENSINO FUNDAMENTAL

Este exemplar corresponde à redação final da Monografia de Denise da Silva Costa Moreira e Vanessa Moreira Dias, submetida à Faculdade Pedro II – Instituto Superior de Educação, para conclusão do curso de Licenciatura Plena em Matemática. Tendo sido aprovada em 01/09/2010, pela seguinte Banca Examinadora:

Prof^a Mestre Maria das Graças Gomes Barbosa / Orientadora - Faculdade Pedro II

Prof^a Especialista Simone Pereira da Silva - Faculdade Pedro II

Prof^o Especialista Walber Ferreira Cândido – Faculdade Pedro II

AGRADECIMENTOS

O mundo é como um espelho que devolve a cada pessoa o reflexo de seus próprios pensamentos e seus atos. A maneira como você encara a vida é que faz toda diferença. A vida muda, quando "você muda". (Luís Fernando Veríssimo)

Eu, *Vanessa*, agradeço à minha mãe Cecília, minha irmã Shirlei e ao meu noivo Rodrigo pelos estímulos que me impulsionaram a buscar vida nova a cada dia, meus agradecimentos por terem me ensinado a importância da persistência na realização dos sonhos, concedendo a mim a oportunidade de me realizar intelectualmente ainda mais.

Eu, *Denise*, agradeço ao meu marido Cristóvão, e às minhas filhas Nathalia e Mariana, pelo incentivo, carinho e apoio, pois, não mediram esforços para a realização de mais uma etapa de minha vida, e a toda minha família que me encorajaram para a conquista de mais um sonho.

Agradecemos em especial à nossa orientadora Prof^a Maria das Graças Gomes Barbosa, pela atenção e carinho dedicado a este trabalho e a nós ao longo do curso.

À Deus pela capacitação concedida, sem a qual não teríamos chegado aqui.

Aos nossos colegas de classe pela rica troca de experiências e pelos prazerosos momentos de lazer nos bares das esquinas.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização desse trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta a importância dos jogos e dos materiais concretos na resolução de problemas de contagem, demonstrando que trabalhar a multiplicação com a ideia de combinatória através da aplicação de jogos e de materiais concretos dentro da sala de aula contribui muito para a aprendizagem dos alunos. Foi feito um estudo com alunos do 6º ano do ensino fundamental da Escola Municipal José de Calasanz, em Belo Horizonte, e ao longo do trabalho com a aplicação desses jogos, foram realizadas várias observações: em relação às estratégias de contagem, às relações sociais, às distintas formas de organizar a resolução dos problemas que surgiam nas atividades e aos esquemas produzidos pelos alunos. Fundamentados no PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais – e estudos anteriores, os alunos precisam adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e o raciocínio combinatório organiza os elementos de todos os modos possíveis para se obter essas possibilidades. Assim, faz-se uma análise de como os alunos se comportam em diferentes contextos que abordam o campo multiplicativo e o uso de tabelas e diagramas para registrar o seu raciocínio combinatório. Ao término dessa pesquisa, apresentaremos algumas conclusões a respeito dessa metodologia.

Palavras-chave: Problemas de Contagem – Jogos – Combinatória - Ensino de Matemática

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. ATIVIDADES LÚDICAS.....	11
3. IDÉIAS DA MULTIPLICAÇÃO.....	19
3.1. A idéia de adição de parcelas iguais.....	19
3.2. A idéia da disposição retangular.....	20
3.3. A idéia de proporcionalidade	22
3.4. A idéia de combinatória	23
4. OS PROBLEMAS DE CONTAGEM	26
5. METODOLOGIA.....	30
5.1. CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA	31
5.1.1. Espaço Físico	31
5.1.2. Níveis de Atuação.....	31
5.1.3. Equipamentos e Materiais	31
5.1.4. Recursos Humanos	31
5.1.5. Organização da Escola.....	31
6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS.....	33
6.1. DESCRIÇÃO DA 1ª ATIVIDADE: APLICAÇÃO DO TESTE	33
6.2. DESEMPENHO DOS ALUNOS NO TESTE	34
6.3. DESCRIÇÃO DA 2ª ATIVIDADE: APLICAÇÃO DOS JOGOS.....	37
6.3.1. Jogo 1 – Vestindo os bonecos.....	38
6.3.2. Jogo 2 – Sorvetes e seus sabores.....	40
6.3.3. Jogo 3 – Esportes x Atividades artísticas	42
6.3.4. Jogo 4 – Combinando números.....	43
6.3.5. Jogo 5 – As cidades e seus caminhos.....	44
7. CONCLUSÃO.....	48
REFERÊNCIAS.....	51
ANEXOS	53
ANEXO I – Teste realizado com os alunos antes da aplicação dos jogos.....	53
ANEXO II – Jogo 1: Vestindo os bonecos	54
ANEXO III – Jogo 2: Sorvetes e seus sabores	55
ANEXO IV – Jogo 3: Esportes x Atividades artísticas	56

ANEXO V – Jogo 4: Combinando os números	57
ANEXO VI – Jogo 5: A cidade e seus caminhos	58
ANEXO VII – Registros dos alunos	59
Registros do teste.....	59
Registros dos jogos	61

1. INTRODUÇÃO

A matemática é vista pelos alunos como uma disciplina difícil. A maioria apresenta dificuldades e como consequência não aprende, o que gera um grande desinteresse pela matéria e talvez seja este o grande pavor que os alunos têm pela disciplina.

Aprender matemática na visão dos alunos não é uma tarefa fácil. É comum encontrar alguns alunos dizendo "eu não sou bom em Matemática", como se isto fosse até mesmo uma grande façanha e não um fato de depreciação para si mesmo. Então nos questionamos: Por que a Matemática se tornou tão desinteressante e os alunos a consideram tão difícil e inacessível?

A maioria dos alunos sequer começa a resolver um problema, geralmente esperam uma resposta pronta, uma receita, por assim dizer. Esses alunos têm medo de errar e ficam esperando a resolução do professor, que por muitas vezes entrega ao seu aluno tudo pronto e não o instiga a pensar. Assim vira um círculo vicioso, onde o aluno não gosta da matemática porque não aprende e em contrapartida esse aluno não aprende porque não gosta da matéria, e o professor se mantém na posição de mero repetidor, sendo que um importante papel do professor é ajudar os alunos a "gostarem" de Matemática, para que consigam melhores resultados na aprendizagem.

Ressaltamos em particular a importância do conteúdo de Análise Combinatória. Sabemos que esse conteúdo é uma parte fascinante da Matemática, mas também sabemos que existem muitas falhas em seu ensino, como a insegurança dos professores em ensiná-la e a dificuldade dos alunos em aprendê-la. É possível trabalhar esse conteúdo de maneira agradável e compreensível, usando outros recursos que permitem não só que os alunos participem ativamente da aula, mas também que desenvolvam noções e conceitos que os ajudarão na compreensão desse conteúdo. Portanto, a partir dessa temática focamos como objeto de estudo "A importância dos jogos e dos materiais concretos na resolução de problemas de contagem no Ensino Fundamental".

Nosso interesse por esse tema surgiu durante o estágio e trabalho em sala de aula, observando as dificuldades dos alunos em solucionar problemas que envolvem a Análise Combinatória.

Este trabalho teve como objetivo trabalhar a multiplicação com a idéia de combinatória através da aplicação de jogos e de materiais concretos. Nesse contexto investigamos o seguinte problema de pesquisa: Os jogos e os materiais concretos contribuem para a aprendizagem dos problemas de contagem no 6º ano do ensino fundamental?

Segundo os PCNs:

O estudo da combinatória é essencial, pois os alunos precisam adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades. A combinatória não tem apenas a função de auxiliar o cálculo das probabilidades, mas tem inter-relação estreita entre as idéias de experimento composto a partir de um espaço amostral discreto e as operações combinatórias. A utilização do diagrama da árvore é importante para clarear a conexão entre os experimentos compostos e a combinatória, pois permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento. (PCN, 1998, p.79)

Com base nesse problema de pesquisa, foram levantadas algumas hipóteses e posteriormente analisadas, enquanto se desenvolvia esse trabalho. Acreditamos que a aplicação dos jogos e dos materiais concretos auxilia no raciocínio lógico dedutivo, faz com que o aluno elabore conceitos e diminui os “bloqueios” apresentados por muitos deles em relação à Matemática.

Os jogos possuem finalidades variadas e vêm acompanhados de problematizações, oferecem oportunidades para que regras sejam observadas, que procedimentos e condutas sejam discutidos e ajudam na formação dos conceitos.

Conforme Toledo (1997) embora seja um objetivo da matemática preparar os alunos para lidar com situações do cotidiano, na prática não é isso que acontece. Grande parte do conteúdo matemático ensinado nas escolas continua desligado do que ocorre no dia-a-dia da escola e da vida dos alunos, mas a verdade é que o cotidiano está repleto de situações matemáticas. Por exemplo: quando precisamos tomar uma atitude importante, refletimos sobre todos os fatores envolvidos e procuramos um modo de organizá-los da melhor maneira possível, estudando as possibilidades de tomada de decisão, nesse momento estamos utilizando o *raciocínio combinatório*. As pessoas que cozinham, para aumentar ou diminuir o tamanho das receitas empregam o *raciocínio proporcional* (se para 2 xícaras de farinha coloco 2 ovos, para 4 xícaras devo colocar...).

Diante de tudo isso, dessa desmotivação frente à Matemática, vem a proposta de utilização da ludicidade e da utilização de materiais para auxiliar os alunos nos problemas de contagem, no intuito de tornar a Matemática algo mais simples e acessível a todo e qualquer aluno.

É preciso tomar consciência de que a Análise Combinatória é a arte de contar sem fazer muito esforço. Isso deve ficar claro para os alunos e por isso o Princípio Fundamental da Contagem e as idéias básicas da Análise Combinatória devem ser introduzidas sem muito formalismo e com base na intuição dos mesmos.

Segundo Smole (2007) a utilização de jogos nas escolas não é algo novo e implica uma mudança significativa no processo de ensino-aprendizagem e altera o tradicional modelo de ensino que muitas vezes se realiza apenas com o suporte do livro didático e dos exercícios que ele possui.

Através da aplicação dos jogos, as aulas se tornam mais dinâmicas e prazerosas, facilitando assim o ensino-aprendizagem e levam o aluno a vivenciar e experimentar a Matemática, para poder aplicá-la no seu cotidiano, na sua vida.

Por isso nesse estudo foram abordados o jogo e o uso do material concreto para construir o raciocínio combinatório. Por meio deles trabalhou-se o lúdico juntamente com a Matemática direcionando situações para favorecer a construção do conhecimento, visando verificar o grau de conhecimento dos alunos em relação à resolução de problemas de contagem e as razões que levam esses alunos a apresentarem dificuldades na aprendizagem do raciocínio combinatório, buscando alternativas para tornar o estudo deste tema mais significativo.

A partir da utilização dos jogos e dos materiais concretos, o objetivo proposto foi então desenvolver nos alunos a capacidade de organizar estratégias de contagem e resolver problemas combinatórios, ampliando o campo conceitual multiplicativo, especificamente nos problemas de contagem, valorizando assim as interpretações de cada um sobre o conteúdo proposto, avaliando as relações produzidas e suas conseqüências.

O jogo foi utilizado como uma nova estratégia de ensino, não somente como um instrumento de diversão, mas como um meio para a construção do conhecimento através da experimentação de e através da atividade coletiva, proporcionando assim maior socialização entre a turma.

2. ATIVIDADES LÚDICAS

Atividades lúdicas são aquelas que objetivam gerar prazer e leva o indivíduo a autonomia sobre seus atos. O lúdico está associado ao ato de brincar, de jogar e quando realizadas frequentemente, essas atividades lúdicas também ajudam a memorizar fatos. Através da atividade lúdica, a pessoa aprende brincando, porém é necessário que todas as brincadeiras sejam direcionadas e possuam um objetivo, pois elas influenciarão no desenvolvimento integral da pessoa.

Conforme Huizinga (1999,p.46) o jogo é:

Uma ação ou atividade voluntária, realizada dentro de certos limites de tempo e de lugar, segundo uma regra livremente consentida, mas imperativa, provida de um fim em si, acompanhada de um sentimento de tensão, de alegria e de uma consciência de ser diferente do que se é na vida normal.

O jogo muitas vezes não é aceito por ser visto apenas como uma atividade de descanso ou passatempo; tudo bem que o jogo ocupe esse lugar em alguns momentos, mas não é com essa idéia que apresentamos essa proposta de ludicidade, mas sim com a idéia de estimular a aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades matemáticas por parte dos alunos.

Conforme Smole (2007) além de proporcionar diversão e estar presente na interação com o meio, o jogar desenvolve o espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente. Ao jogar, as emoções vão se equilibrando, transformando a derrota em algo provisório e a vitória em algo a ser partilhado.

Como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, principalmente diante da realidade que vivemos, onde os computadores e as calculadoras assumem papel de destaque nas escolas.

A falta de motivação é originada pelas características próprias do aluno e do ambiente escolar como um todo. Os pais, os colegas e o grupo social no qual o aluno está inserido, também contribuem para a sua desmotivação. A nossa sociedade depende muito de recursos tecnológicos, tais como o computador e a calculadora, mas é bom lembrar que esses recursos não devem ser utilizados como

instrumentos que resolvem todos os problemas, mas sim como recursos auxiliares. É preciso refletir sobre os objetivos da matemática, principalmente a elementar.

Conforme Toledo (1997, p.12):

Se antes já era necessário fazer contas rápidas e corretamente, hoje é importante saber por que os algoritmos funcionam, quais são as idéias e os conceitos neles envolvidos, qual a ordem de grandeza de resultados que se pode esperar de determinados cálculos e quais as estratégias mais eficientes para enfrentar uma situação problema, deixando para as máquinas as atividades repetitivas, a aplicação de procedimentos padrões e as operações de rotina.

Esse é o grande desafio, preparar os nossos alunos para um futuro que exige de cada indivíduo um enorme potencial criativo e que lhe permita lidar com situações do cotidiano profissional, cada vez mais diversificadas e complexas.

SADOVSKY (2007,p.15) relata que “o baixo desempenho dos alunos em matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil.” Talvez seja porque alguns professores fazem da aula de matemática mecânica, arcaica e desestimulante e tentam forçar o aluno a decorar fórmulas ou métodos de resolução das atividades, sem correlacionar nenhum desses conteúdos com a vida prática.

No entanto, devemos levar em conta que o sucesso escolar não depende apenas do professor, mas também da própria intenção do aprendizado por parte desse aluno.

RIZZO (1996) afirma que os jogos desenvolvem a atenção, disciplina, autocontrole, respeito a regras e habilidades perceptivas e motoras relativas a cada tipo de jogo oferecido. Os jogos podem ser trabalhados de forma individual ou coletiva, sempre com a presença do educador para estimular todo o processo, observar e avaliar o nível de desenvolvimento dos educandos e diagnosticar as dificuldades individuais, para poder produzir estímulos adequados a cada um.

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem. (Borin,1996, p.9)

Dada a sua importância, os jogos em sala de aula devem ocupar um espaço dentro do planejamento escolar, de modo a permitir que o professor possa explorar

todo o potencial dos jogos, processos de solução, registros e discussões sobre possíveis caminhos que poderão surgir no processo de ensino/aprendizagem dos alunos.

Guzmán (1986) valoriza a utilização dos jogos para o ensino da matemática, sobretudo porque os jogos não apenas divertem, mas, também extraem das atividades, materiais suficiente para gerar conhecimento, interessar e fazer com que os estudantes pensem com certa motivação. Assim sendo o ensino da Matemática através de jogos deve priorizar o avanço do conhecimento perante situações significativas¹ de aprendizagem, sendo que o ensino por meio dos jogos deve acontecer de forma a auxiliar no ensino do conteúdo, propiciando a aquisição de habilidades e o desenvolvimento da criança.

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (PCN do Ensino Fundamental - MEC, 1998, p.46)

Os jogos podem ser utilizados para introduzir um conceito, amadurecer conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os itens que já foram trabalhados. Devem ser escolhidos e preparados cuidadosamente para levar o estudante a adquirir conceitos matemáticos de fato importantes.

Então não há por que deixar de desenvolver os conceitos lógicos matemáticos através de jogos, já que eles estimulam o interesse dos alunos e tornam as aulas dinâmicas e interativas, possibilitam o desenvolvimento do raciocínio lógico, da resolução de problemas, da criatividade e ajudam a melhorar o convívio social.

Conforme Smole (2007), o professor deve ler as regras e simular as jogadas, assim verificará se há situações desafiadoras para seus alunos e se os conceitos estão adequados ao que se quer que eles aprendam. Devemos escolher jogos que

¹ O termo “significativa” está sendo utilizado para caracterizar tudo aquilo que de algum modo traz sentido para o aluno, isto é, algo tudo o que se relaciona com a possibilidade dos alunos aprenderem por diversos caminhos, permitindo um melhor desenvolvimento de suas competências e habilidades.

estimulem a aprendizagem, principalmente quando o conteúdo a ser ministrado for abstrato, difícil e na prática diária não tenha muitos vínculos. Essas atividades não devem ser muito fáceis nem muito difíceis, pois se é muito simples não possibilita obstáculos a enfrentar e nenhum problema a resolver, descartando assim o objetivo principal do jogo que é buscar alternativas de saber mais sobre determinado assunto. Se for muito difícil, os alunos desistirão dele por não haver saída nas situações que apresenta. Portanto, todos os jogos devem ser testados antes de sua aplicação.

Segundo Tahan (1968) para que os jogos produzam os efeitos desejados é preciso que sejam, de certa forma, dirigidos pelos educadores, pois estes determinam a finalidade do jogo.

O professor é o responsável por acompanhar seu aluno durante o jogo, interferindo com questões interessantes, levando até ele os conceitos e trabalhando seus bloqueios em relação ao conteúdo, ou seja, o professor é o facilitador no processo de aprendizagem do aluno. Ainda assim, é muito comum encontrarmos professores com dúvidas sobre quais jogos usar, como selecionar um jogo para seus alunos, de que forma explorar um jogo em sala, etc. Daí nosso interesse em mostrar que desenvolver trabalhos com jogos têm um alto valor educacional e que sabendo selecionar e explorar o jogo é possível incentivar os alunos contribuindo para sua aprendizagem. Portanto tanto os jogos como os materiais concretos são importantes para que os alunos percebam, em particular, a necessidade de técnicas de contagem que vão além da simples enumeração dos objetos a serem contados.

Portanto, trabalhar com jogos envolve planejamento e exige uma série de intervenções do professor, para que mais que jogar e brincar haja aprendizagem. São tantos e tão variados os sentidos que a palavra jogo assume na escola, que caracterizá-los não é tarefa fácil.

Segundo Groenwald (2000), os jogos podem ser classificados em três tipos:

I: Jogos estratégicos: onde são trabalhadas as habilidades que compõem o raciocínio lógico. Com eles, os alunos lêem as regras e buscam caminhos para atingirem o objetivo final, utilizando estratégias para isso.

Os jogos com regras são importantes para o desenvolvimento do pensamento lógico e são adequados para o desenvolvimento de habilidades de pensamento. As regras e ações durante o jogo devem ser apresentadas aos jogadores antes do

início da partida e não podem ser alteradas no decorrer de uma jogada, a não ser que todo o grupo concorde e estabeleça as novas regras. As regras determinam a ação dos participantes, estabelecem limites para sua ação e são necessárias para que o individualismo seja deixado de lado e os valores morais sejam transmitidos a cada um dos participantes.

Faz-se necessário considerar que nossos alunos não compreenderão todas as regras na primeira vez em que jogar, por isso se para além das regras desejamos que haja aprendizagem por meio do jogo, é necessário que este seja realizado mais de uma vez.

Leontiev (1988) afirma: "Dominar as regras significa dominar seu próprio comportamento, aprendendo a controlá-lo, aprendendo a subordiná-lo a um propósito definido."

As estratégias de ação, a tomada de decisão, a análise dos erros, o lidar com perdas e ganhos, a postura de repensar uma jogada em função de outro participante, são princípios fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio e das estruturas cognitivas do indivíduo. O jogo assume uma postura desafiadora e motivadora e esse desafio é o que seduz no jogo.

II: Jogos de treinamento: são utilizados quando o professor percebe que alguns alunos precisam de reforço num determinado conteúdo e quer substituir as cansativas listas de exercícios.

Esse tipo de jogo confere ao aluno mais agilidade para conquistar um pensamento lógico-dedutivo. Nesse tipo de jogo o aluno sistematiza suas ações, ou seja, utiliza várias vezes a mesma linha de raciocínio e conhecimentos matemáticos, mas não como forma de memorização e sim, como um modo de compreender o conteúdo rapidamente, de sintetizar ou ampliar esse conhecimento. É através desse tipo de jogo que consegue verificar se o aluno absorveu determinados conhecimentos e se é possível colocar na prática esse conhecimento. De certo modo, através da repetição de certas atividades é que o aluno pode perceber outras soluções para o problema apresentado, outros caminhos a serem seguidos e mostra sua dificuldade, possibilitando ao professor auxiliá-lo.

III: Jogos geométricos: têm como objetivo desenvolver a habilidade de observação e o pensamento lógico. Com eles é possível trabalhar figuras geométricas, semelhança de figuras, ângulos e polígonos.

Esses tipos de jogos são também denominados jogos de construção. Através deles os alunos manipulam materiais concretos, respondem questionários e quando encontram alguma dificuldade relativa a um conteúdo ainda não visto ou já esquecido, tem a oportunidade de recorrer ao professor. Esses jogos se enquadram na tendência pedagógica Construtivista. O construtivismo se baseia no fato de que nada está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Ele se constitui pela interação do indivíduo com o meio físico e social, com o simbolismo humano, com o mundo das relações sociais.

Segundo Brenelli (1996) o trabalho com jogos matemáticos em sala de aula traz muitos benefícios: permite detectar os alunos que estão com dificuldades; o aluno demonstra se o assunto foi bem assimilado; os alunos aperfeiçoam e ultrapassam seus limites, pois a competição entre os jogadores proporciona isso. Durante o desenrolar de um jogo, observa-se que o aluno se torna mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões sem necessidade da interferência ou aprovação do professor. Não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta; o aluno se empolga com o clima de uma aula diferente, o que faz com que aprenda sem perceber.

Acreditar que os alunos aprendem através dos jogos é o que leva a utilizá-los em sala de aula. Quantas vezes se ouve falar e fala-se em vincular teoria à prática, mas quase não se tem a oportunidade de fazê-lo, ora pela falta de recursos materiais ou físicos, ora pela escassez do tempo, visto que essas atividades tomam um tempo maior tanto de planejamento quanto execução.

Utilizar jogos como recurso didático é uma chance que se tem de unir essa teoria à prática. Necessário é ressaltar a grande importância da solução de problemas, pois vivemos em um mundo que, cada vez mais, exige que as pessoas pensem, questionem e se arrisquem, propondo soluções aos vários desafios que surgem no trabalho ou na vida cotidiana.

Conforme Smole (2007), com a utilização dos jogos ganha o professor que tem a oportunidade de propor formas diferentes para seu aluno aprender, permitindo

um maior envolvimento de todos e criando naturalmente uma situação que atende a diversidade de aprendizagem. Cada jogador é que controla seu ritmo, seu tempo de pensar e de aprender. Ganha também o aluno, porque este se envolve numa atividade mais complexa, que permite a ele ao mesmo tempo em que constrói noções e conceitos matemáticos, desenvolver também muitas outras habilidades que lhe serão úteis por toda a vida e não apenas na Matemática.

Conforme Motokane (<http://sbempaulista.org.br/epem/anais/ComunicaçõesOrais/co0021.doc>) ao escolher os jogos que serão trabalhados, é preciso também tomar alguns cuidados como por exemplo não tornar o jogo algo obrigatório. O jogo jamais deve surgir como um “trabalho”. Outros pontos importantes são escolher jogos em que o fator sorte não interfira nas jogadas, permitindo que vença aquele que descobrir as melhores estratégias; utilizar atividades que envolvam dois ou mais alunos, para oportunizar a interação social; estabelecer regras, que não podem ser modificadas no decorrer de uma rodada, a não ser que todo o grupo concorde; trabalhar a frustração pela derrota na criança, no sentido de minimizá-la; estudar o jogo antes de aplicá-lo (o que só é possível, jogando); escolher um ambiente em que haja espaço necessário para a atividade e nunca interromper um jogo.

Segundo Antunes (2003,p.16), “nenhuma criança é uma esponja passiva que absorve o que lhe é apresentado. Ao contrário, modelam ativamente seu ambiente e se tornam agentes de seu processo de crescimento”. Assim, o importante é o ensino que considera o aluno como sujeito do processo e que tenha significado para ele. Quando não se escolhe corretamente a maneira de se trabalhar com o jogo e não se define os objetivos e regras, automaticamente é descartada a aprendizagem e o jogo se mantém apenas como uma atividade de lazer, sem construção de conhecimentos.

O professor é um gerador de situações estimuladoras e eficazes, e o jogo uma ferramenta ideal na aprendizagem, na medida em que ele consegue despertar nesse aluno o interesse em novas descobertas.

Durante muito tempo confundiu-se “ensinar” com “transmitir” e, nesse contexto o aluno era um agente passivo da aprendizagem e o professor, um transmissor não necessariamente presente nas necessidades do aluno. Acreditava-se que toda aprendizagem ocorria pela repetição e que os alunos que não aprendiam eram responsáveis por essa deficiência e, portanto, merecedores do castigo da reprovação. (Antunes, 2003, p.36)

Todos os materiais e seu emprego sempre devem estar voltados para os seus objetivos. A simples introdução de jogos ou materiais concretos no ensino da matemática não garantem uma melhor aprendizagem desta disciplina.

Como já foi dito, tanto o jogo quanto os materiais devem ter um objetivo definido. Nem sempre o material mais adequado, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. É importante levar o aluno à construção do material a ser utilizado, pois durante a construção de um material o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de forma mais efetiva e até mesmo desenvolver suas habilidades manuais. Dependendo do contexto, o mais importante não será o material, mas sim, a discussão e a resolução de uma situação problema.

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um “aprender” mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos uma brincadeira sem sentidos e objetivos, mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, elaborando o saber, produzido e superando sua visão fragmentada e parcial da realidade.

Percebe-se, portanto, que os educadores necessitam de estratégias motivantes e por meio de sua prática, o professor que conseguir interagir com o aluno de modo divertido, conseguirá melhores resultados de aprendizagem.

A postura do professor frente aos jogos deve ser a de intervir no momento certo, desafiar o seu aluno a encontrar soluções para os seus questionamentos, discutir com seu aluno quando necessário, analisando os efeitos dos jogos bem como as atitudes de cada participante durante o mesmo, promovendo assim seu crescimento; direcionar suas ações, de modo que haja satisfação e efetiva aprendizagem na realização da atividade.

3. IDÉIAS DA MULTIPLICAÇÃO

3.1. A idéia de adição de parcelas iguais

Conforme Toledo (1997) “Na maioria das escolas a multiplicação é vista apenas sob seu aspecto de “adição de parcelas iguais” e cita como exemplo “A escolha duvidosa de uma criança entre 3 caixinhas, cada uma com 4 balas, e 4 caixinhas, cada uma com 3 balas”. Toledo afirma ainda que, muitos professores ficam em dúvidas sobre o modo de apresentar a multiplicação: 3×4 ou 4×3 ? Pode-se utilizar qualquer um dos modos, mas nunca os dois ao mesmo tempo. O modo como o professor pretende trabalhar a tabuada dependerá dessa escolha. No exemplo acima dizer que temos 3 caixas com 4 balas cada ou que temos 4 caixas com 3 balas não é a mesma coisa, embora tenhamos o mesmo resultado. Nesse trabalho será utilizada a notação: $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3 = 12$.

Somar é a primeira operação matemática que se aprende e de modo geral é aquela que os alunos têm mais facilidade. Enquanto crianças aprendemos a contar nossos brinquedos e nosso dinheirinho. Além disso, a adição envolve apenas um tipo de situação, a de juntar ou acrescentar, que é efetivamente prazerosa; quem não gosta de juntar, ganhar ou colecionar alguma coisa?

Conforme Sousa (2002), na *idéia de juntar* da adição tem-se duas quantidades que se juntam para formar outra. Considere, por exemplo, a seguinte situação: Duas irmãs vão à feira. Jovelina leva 43 reais e Selma, 35 reais. Para comprar um tapete para sua casa elas gastam todo o dinheiro. Quanto pagaram pelo tapete?

Na *idéia de acrescentar* tem-se apenas uma quantidade e uma segunda aparece para modificar a primeira. Leia outra situação: Num caixote havia 35 laranjas, seu Severino colocou no mesmo caixote mais 27 laranjas. Com quantas laranjas fiou o caixote?

Mais tarde, se aprende a somar várias vezes a mesma quantidade, por exemplo, se temos uma boneca igual à outra, sabemos que temos duas bonecas; somamos o dinheiro que possuímos, etc. Isto já é multiplicação, que nada mais é que somar várias vezes a mesma quantidade.

Nas atividades envolvendo “Adição de parcelas iguais” pretende-se que os alunos relacionem a linguagem matemática e o simbolismo das operações (adição/multiplicação) com situações problemas. Em todas as situações é fundamental que os alunos usem as suas estratégias, explicando como encontraram a resposta. Inicialmente os alunos poderão recorrer a desenhos e conseqüentemente a adições sucessivas, mas depois o professor deve levar os alunos a perceber que se uma dada quantidade se repete certo número de vezes, então ela pode ser representado por uma multiplicação (relação entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo).

Os objetivos das atividades de “Adição de parcelas iguais” são de desenvolver o sentido da multiplicação a partir de problemas simples e significativos, com números acessíveis; introduzir a escrita da multiplicação com significado a partir da relação entre a multiplicação e a adição; resolver problemas de multiplicação antes da aprendizagem formal do algoritmo da multiplicação.

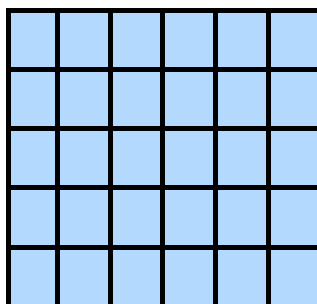
3.2. A idéia da disposição retangular

É importante trabalhar a leitura e a utilização de gráficos para registrar dados desde cedo. Nesta altura os gráficos e as tabelas são introduzidos como meio de representar relações multiplicativas. O estudo dos gráficos e tabelas facilita a compreensão da propriedade comutativa e da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, estas propriedades estão na base da compreensão do algoritmo e ainda do cálculo de áreas por decomposição. Para isso é fundamental que os alunos, perante tais propostas de trabalho, calculem produtos baseando-se nos seus próprios processos.

Os objetivos das atividades nesse sentido são de trabalhar a utilização de tabelas; reconhecer situações de multiplicação partindo de disposição retangular de objetos e utilizar diferentes estratégias de contagem usando a multiplicação.

Conforme Sousa (2002), problemas em que se trabalha com os elementos de uma dada grandeza, organizados numa *configuração retangular*, em linhas e colunas, como por exemplo: Seu Januário está construindo uma parede em sua casa. Ele está colocando 6 tijolos em cada fileira. Já fez 5 fileiras. Quantos tijolos ele já gastou?

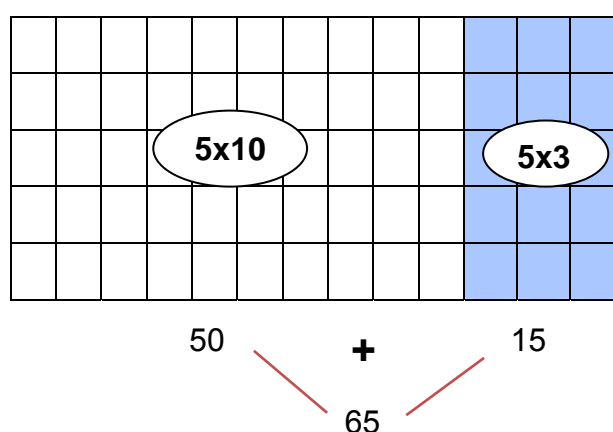
Essa situação pode ser representada por:



E para responder o aluno pode fazer: $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ ou $6 + 6 + 6 + 6 + 6$ então o professor retoma a notação da multiplicação 6×5 ou 5×6 .

O trabalho com a idéia de disposição retangular é importante para o entendimento do algoritmo da multiplicação. De fato, ao trabalhar com a “disposição retangular” o aluno a princípio conta os quadradinhos um a um e quando percebem que todas as fileiras têm a mesma quantidade de quadradinhos, passam a usar a adição de parcelas iguais e, a seguir, a multiplicação. Com isso o professor apresenta os quadrados de formas variadas e os alunos registram de forma escrita como calcularam a quantidade de quadradinhos.

Conforme Toledo (1997, p.127), “Muitos alunos percebem que uma boa opção para separar o total em partes é usar as dezenas isoladas das unidades, o que leva ao algoritmo da multiplicação.” Assim, para 5×13 tem-se:



A solução pode ser então representada pelo algoritmo:

$$5 \times (3+10) = 5 \times 3 + 5 \times 10 = 15+50 = 65$$

Os alunos podem perceber que ao multiplicar um número grande por outro, como 12×24 , fica difícil realizar a operação, pois surge a dupla distributiva, mas nada impede que seja realizada pela distributiva simples $12 \times (20+4) = 240+48 = 288$ ou fazendo as duas distributivas $(10+2) \times (20+4) = 200+40+40+8 = 288$. Ao realizar a multiplicação, tem-se 1 dezena de grupos de 2 dezenas; 1 dezena de grupos de 4 unidades; 2 grupos de 20 unidades mais 2 grupos de 4 unidades. Observe que 1dezena x 2 dezenas = 10 x 20 unidades = 2 centenas. Então agrupando de 100 em 100 unidades passa-se para a casa das centenas. O fato de colocar o “zero” ou deixar um espaço “vazio” quando se realiza o algoritmo da multiplicação justifica essas transformações de agrupamento.

3.3. A idéia de proporcionalidade

Segundo Toledo (1997), “A proporcionalidade constitui um dos temas de maior importância no ensino de Matemática, pois é a partir dela que se formam as noções de razão, proporção, número racional, regra de três, porcentagem, probabilidades...” Desde cedo as crianças desenvolvem os conceitos de proporção: Quando estima a relação entre seu tamanho e um espaço por onde quer passar; quando observa e diferencia objetos por suas dimensões; quando relaciona o mesmo objeto a distâncias diferentes ou uma foto e sua imagem real, etc. Como se pode notar a proporcionalidade está no cotidiano.

A partir de situações-problema multiplicativas, constroem-se as primeiras idéias de proporcionalidade. Veja o exemplo: Uma caixa contém 5 lápis de cores. Quantos lápis haverá em 2 caixas? E em 3 caixas? E em 6 caixas?

N° de caixas	N° de lápis
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30

Esta idéia poderá ser trabalhada por meio de problemas diversos. O aluno irá perceber que o resultado poderá ser encontrado através da multiplicação.

Os objetivos das atividades relacionadas nesse contexto são de resolver problemas que envolvem duas ou mais grandezas de natureza diferentes relacionadas, e o resultado que se obtém é da mesma natureza de uma delas, como se pode notar no exemplo anterior.

3.4. A idéia de combinatória

Segundo os pressupostos da Proposta Curricular de Matemática para o Ensino Fundamental do Estado de Minas Gerais (2005), *contar* é um dos atos primitivos da Matemática presente no cotidiano e nas ciências através das perguntas “Quantos são?” e “De quantas maneiras?”. Os métodos e conceitos relativos ao ato de contar são essenciais em problemas diversos tais como: De quantas maneiras posso me vestir se disponho de 4 blusas e 3 bermudas? Quantos são os números ímpares entre 10 e 99 que têm dígitos distintos?, etc. Estes problemas e inúmeros outros dependem da formalização matemática das técnicas de contagem, conhecida como *Análise Combinatória*, e de suas fundamentais aplicações em Probabilidade.

A contagem cotidiana se restringe, normalmente, à contagem direta, ou seja, à exibição explícita dos objetos envolvidos e seu conseqüente registro um a um. Isto é obviamente insuficiente em situações em que o número de objetos é muito grande ou não se dispõe de uma maneira conveniente de listá-los. Para lidar com estas situações, tem-se os métodos e conceitos de *Análise Combinatória*, que consistem essencialmente no estudo de situações em que a contagem se reduz, a saber, de quantas maneiras um determinado grupo de objetos pode ser escolhido, sem e com restrições em relação à ordem em que são selecionados.

Os resultados do estudo de *Análise Combinatória* transcendem em muito o âmbito exclusivo da disciplina. Como os entes matemáticos utilizados são apenas números naturais e as operações elementares entre eles, os métodos de pensamento utilizados, que são de caráter geral e formativo, apresentam-se de maneira clara e despojada de complicações teóricas, conceituais ou notacionais. Isto propicia ao aluno o exercício de competências fundamentais como planejamento de estratégias de resolução de problemas, divisão de problemas em casos, análise envolvendo números pequenos levando à generalização e a crítica dos resultados obtidos. Os reflexos positivos deste exercício são imediatos no desempenho escolar global e na prática cotidiana.

Sousa (2002) nos diz que as situações de *problemas de contagem* em que dois tipos de grandezas são combinadas para formar um terceiro tipo, leva em conta nesse caso o *raciocínio combinatório* que nos permite organizar os elementos de todos os modos possíveis para obtermos os resultados. Como exemplo cita: Uma gincana esportiva está sendo realizada em duas fases. Cada participante deverá se inscrever em uma só modalidade esportiva para cada fase, obedecendo a tabela. Juca gosta de todos os esportes oferecidos. Quantos tipos de escolha diferentes ele poderá fazer, para decidir em quais modalidades se inscreverá na gincana?

1ª FASE	2ª FASE
natação	salto de altura
corrida	arremesso de dardos
ciclismo	-----

Segundo Sousa, esta situação pode ser resolvida de várias maneiras:

✓ Escrevendo todas as possibilidades

1ª → natação e salto de altura;

2ª → natação e arremesso de dardos

3ª → corrida e salto de altura;

4ª → corrida e arremesso de dardos

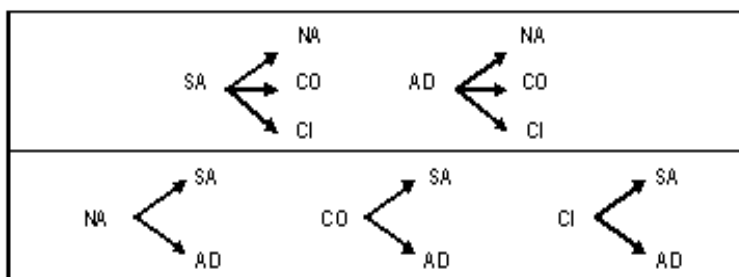
5ª → ciclismo e salto de altura;

6ª → ciclismo e arremesso de dardos

✓ Escrevendo uma tabela de duas entradas:

1ª fase \ 2ª fase	NA	CO	CI
SA	SA e NA	SA e CO	SA e CI
AD	AD e NA	AD e CO	AD e CI

✓ Diagrama de árvore



O professor deverá levar aluno a perceber que a resposta é exatamente o resultado da multiplicação de 3 (esportes da 1ª fase) por 2 (esportes da 2ª fase).

Vale ressaltar que todas as idéias da multiplicação aqui destacadas são equivalentes à idéia da “adição como soma de parcelas iguais”.

4. OS PROBLEMAS DE CONTAGEM

Os alunos desenvolvem grande parte da sua aprendizagem recorrendo a métodos próprios e que a aprendizagem é um processo de construção do conhecimento, portanto é importante para o professor conhecer como seus alunos agem perante determinadas tarefas que lhe são propostas e quais são as estratégias que utilizam para resolvê-las. Nesse sentido, faz-se necessário refletir sobre a aprendizagem dos conceitos de multiplicação, conceitos estes que envolvem novos sentidos de número e, por isso, bastante complexos.

Há muito mais na compreensão da multiplicação e divisão do que calcular quantidades. A criança deve aprender um conjunto inteiramente novo de sentidos de número e um novo conjunto de variáveis todos relacionados com a multiplicação e a divisão. (Nunes, 1997, p. 142)

A compreensão das operações desempenha um papel crucial no conhecimento da matemática. Compreender uma operação é saber aplicá-la a situações do dia-a-dia, a situações da vida real, é saber que determinada situação se pode resolver, usando determinada operação, é saber usá-la significativamente. Desta forma o trabalho exploratório com situações problemas, envolvendo por vezes, materiais manipuláveis em que é possível “ver” os efeitos das operações, é fundamental para o desenvolvimento do significado destas, contextualizando assim a aprendizagem dos procedimentos de cálculo (Abrantes *et al*, 1999). Desenvolver a compreensão dos conceitos que está por trás das operações e dar condições aos alunos para que trabalhem com as estruturas multiplicativas amplia a visão sobre a Matemática. Como resultado, o aluno avança de forma autônoma na resolução dos problemas.

Compreender o raciocínio multiplicativo implica uma transformação muito importante no pensamento do aluno. Desde muito pequenas, antes mesmo de uma aprendizagem formal, as crianças são confrontadas, no seu dia a dia, com situações de multiplicação e eles as resolvem da forma que para elas faz mais sentido. Portanto é importante que os alunos tenham contato com uma grande variedade de problemas que embora mobilizem a mesma operação tenham uma estrutura diferente.

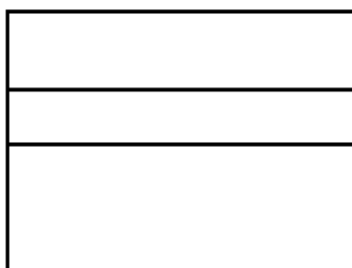
Ao trabalhar com a multiplicação e a sua idéia combinatória, é interessante que os alunos construam com o material o problema combinatório proposto, mas o mais importante é que eles compreendam os resultados e visualizem os princípios propostos na atividade.

Segundo Canoas (2009), docente da Universidade do Estado de Minas Gerais (UEMG) e especialista no campo multiplicativo, uma das maiores dificuldades dos professores é o fato de não compreenderem realmente o que se busca com o uso do campo multiplicativo. É preciso ter clareza de que trabalhar nessa linha é oferecer oportunidades de estabelecer mais relações matemáticas com as mesmas operações que são trabalhadas no ensino tradicional. Primeiro, o professor deve saber quais delas podem ser trabalhadas nas séries iniciais – a proporcionalidade (direta e inversa), a organização espacial e a combinatória. Quanto mais conhecimento o professor tiver sobre esses conceitos, maior facilidade ele terá para reconhecer os tipos de problema.

A expectativa de que os alunos se apropriem muito rapidamente dos procedimentos de cálculo leva alguns professores a centrar o ensino na memorização de fatos e regras necessárias à execução de procedimentos, em lugar de trabalharem o uso das operações e das relações entre os números.

De modo geral, o que a maioria dos livros didáticos faz é dar uma receita para resolver os problemas de contagem. No entanto, os primeiros contatos com o raciocínio combinatório devem ser intuitivos, as discussões livres, de modo a proporcionar aos alunos caminhos para solucionar os problemas. Assim, inicialmente, o professor pode apresentar aos alunos problemas variados tais como:

- ✓ Quantas peças têm um jogo de dominó?
- ✓ Quantos retângulos têm a figura a seguir?



Em seguida, para uma abordagem e mais abrangente do tema é fundamental que os alunos percebam a necessidade de técnicas de contagem que vão além da simples enumeração dos objetos a serem contados.

Uma estratégia que pode ajudar no convencimento dessa necessidade é iniciar com a apresentação de problemas simples que exijam alguma forma de organização ou método que facilite a contagem desejada. Por exemplo:

- Depois de listar as alturas dos alunos da sala, pedir que eles contem quantos são maiores que 1,50 m.
- Como contar as cerâmicas que cobrem um piso retangular sem ter que contá-los um por um?

Através de problemas desse tipo os alunos devem ser levados a perceber que existem métodos que minimizam o trabalho de contar. Alcançado esse objetivo, o passo seguinte é apresentar problemas que exijam um pouco mais de elaboração na contagem. Por exemplo: *Isabel trabalha numa loja de roupas e foi encarregada de vestir um manequim para colocar na vitrine. Para isso ela recebeu duas saias e quatro blusas. De quantas maneiras diferentes ela poderá cumprir a sua tarefa?*

O professor pode então orientar a discussão de como resolver o problema e, ir sugerindo alternativas para encontrar a solução: fazer uma listagem, fazer uma tabela ou fazer um diagrama da árvore. A discussão e resolução de problemas similares preparam o caminho para a introdução do Princípio Fundamental da Contagem que pode ser justificado intuitivamente pelo diagrama da árvore. Vale ressaltar que o que se pretende é a compreensão e a utilização do princípio multiplicativo na resolução de problemas simples. A dedução e a apresentação de fórmulas devem ser adiadas para o futuro. Isto significa que os problemas a serem propostos devem ser resolvidos pela aplicação direta desse princípio.

Assim, de acordo com o PCN (1998), deve-se trabalhar “Resolução de problemas de contagem, incluindo os que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de tabelas e esquemas sem a aplicação de fórmulas”.

A primeira técnica matemática aprendida por uma criança é contar, ou seja, enumerar os elementos de um conjunto de forma a determinar quantos são os seus elementos. As operações aritméticas são também aprendidas pelas crianças através de sua aplicação em problemas de contagem. (MORGADO,1991,p.17)

Isto reforça o argumento de que trabalhar o desenvolvimento do raciocínio combinatório a partir das séries iniciais do Ensino Fundamental é essencial para a construção do significado do conceito de combinatória.

5. METODOLOGIA

O presente estudo conta inicialmente com uma revisão bibliográfica para a construção de um referencial teórico sobre o objeto de estudo “A importância dos jogos e dos materiais concretos na resolução de problemas de contagem no Ensino Fundamental”, para melhor sedimentar este trabalho.

A pesquisa baseia-se num trabalho de campo, onde foi realizada uma investigação de como e o quanto os jogos e os materiais concretos aplicados na aula de matemática contribuem para uma efetiva aprendizagem na resolução de problemas combinatórios. De cunho qualitativa/quantitativa, foi realizada uma análise documental baseada nos registros dos alunos e nas observações.

Os alunos com os quais foi feita a pesquisa são alunos do 6º ano, do primeiro turno, do Ensino Fundamental de uma escola pública.

Ao longo desse trabalho foram aplicados 5 jogos, porém para análise, foi feita a aplicação de uma atividade prévia, que foi realizada com o intuito de verificar o nível de conhecimento dos alunos com relação aos problemas de contagem e o princípio multiplicativo. Essa atividade prévia se constituiu de 5 problemas de contagem, sendo realizada individualmente, sem nenhuma ajuda por parte das professoras ou consulta aos colegas.

Logo após a atividade prévia, foram aplicados os jogos que abordaram os problemas da atividade anterior. Ao final de cada atividade, os alunos registraram as observações e conclusões obtidas por meio de um texto ou desenho, manifestando assim sua aprendizagem, suas dúvidas ou sua opinião.

A escolha do campo onde foi realizada a pesquisa foi feita por opção das pesquisadoras, por ser uma escola de fácil acesso e onde se obteve uma grande receptividade.

5.1. CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA

5.1.1. Espaço Físico

A Escola Municipal José de Calasanz fica situada à Rua Sebastião Santana Filho, nº 111 - Bairro Ipê, município de Belo Horizonte / Minas Gerais. Foi fundada pela obra do Orçamento Participativo de 1996 e inaugurada no dia 27 de abril de 2001, com autorização para funcionamento pelo Decreto Municipal Nº 10.498 de 14 de fevereiro de 2001. A edificação possui 3 pavimentos e 16 salas de aula, contando também com um laboratório de informática, sala de vídeo e biblioteca. Possui também uma área de recreação (playground) e uma quadra de esportes coberta.

5.1.2. Níveis de Atuação

A escola possui educação infantil e ensino fundamental, funcionando nos turnos da manhã e tarde.

5.1.3. Equipamentos e Materiais

A escola possui vários equipamentos à disposição dos alunos e professores, entre eles: retro projetor, data show, DVD player, Vídeo-cassete e aparelhagem de som. Todas as disciplinas utilizam os equipamentos com frequência. A quadra de esportes dispõe de bolas, redes, petecas, cordas, etc.

5.1.4. Recursos Humanos

O corpo docente é formado por 47 professores. Conta ainda com uma diretora, uma secretária, dois auxiliares de secretaria, um tesoureiro e 11 funcionários de serviços gerais.

5.1.5. Organização da Escola

- **Conselho de classe** – é constituído pela direção, representantes dos professores, alunos e pais, tendo como objetivo discutir propostas e assegurar decisões com relação aos alunos e seu rendimento escolar,

acontecendo no final do ano letivo e às vezes no meio do ano, quando necessário;

- **Matrícula** – os alunos do ensino fundamental devem se cadastrar nos Correios e a distribuição das vagas é feita pela Prefeitura de Belo Horizonte – PBH. No caso no mudança de escola, o aluno terá vaga garantida caso haja disponibilidade, e ele faça parte da comunidade. Já no caso da educação infantil é realizado o sorteio de vagas;

- **Avaliação** – os alunos são avaliados em cada disciplina ao longo do bimestre, sendo a mesma qualitativa e quantitativa, com conceitos em cada disciplina. A avaliação é processual e contínua. Existem ainda as avaliações externas: SAEB, Prova Brasil e Avalia BH;

- **Promoção** – o ensino na rede é realizado por ciclos, onde o primeiro corresponde a alunos de 6, 7 e 8 anos de idade, e o segundo ciclo a alunos de 9, 10 e 11 anos de idade. Os alunos só poderão ser retidos caso não consigam os conceitos desejados ao final de cada ciclo;

- **Recuperação** – os alunos com defasagem de aprendizado participam de projetos de intervenção pedagógica, que acontecem durante todo o ano letivo no extra turno.

6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

Este trabalho teve como foco investigar a importância do jogo e dos materiais concretos na resolução de problemas de contagem no Ensino Fundamental. Nesse contexto, foi trabalhada a seguinte questão: Os jogos e os materiais concretos contribuem para a aprendizagem dos problemas de contagem no 6º ano do Ensino Fundamental?

O objetivo nessa investigação era reforçar a compreensão do princípio multiplicativo, onde a contagem direta pode se tornar trabalhosa e muitas vezes impraticável, o que torna necessária a compreensão e não apenas a memorização de alguns conceitos, como a do princípio multiplicativo. Com esse intuito, como dito anteriormente, foi apresentada como 1ª atividade um teste que envolvia algumas situações problema baseadas no princípio multiplicativo para ser aplicada aos alunos e verificar o conhecimento destes a respeito do conteúdo abordado.

6.1. DESCRIÇÃO DA 1ª ATIVIDADE: APLICAÇÃO DO TESTE

O teste foi aplicado para 21 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental com o objetivo de avaliar os seus conhecimentos sobre uma das idéias da multiplicação, ou seja, a idéia de combinatória. As questões referentes ao teste encontram-se no anexo. As observações em relação aos alunos se deram quanto às estratégias de contagem, às relações sociais, as formas utilizadas para organizar a resolução dos problemas que surgiam nas atividades e os esquemas organizados por eles, embora nenhum comentário fosse feito nesse momento.

Foi utilizado como coleta de dados, as observações feitas em sala de aula, tanto orais como escritas, as conversas de alguns grupos de alunos durante a realização dos exercícios, onde se discutiam a montagem dos problemas, as estratégias que utilizavam e se utilizavam ou não o raciocínio multiplicativo. Nesse momento, foi possível perceber, que os problemas de contagem direcionavam alguns alunos a fazer uso de representações como diagrama de árvores, tabelas, desenhos, escrita, como objetos de representação.

Depois de aplicado o teste, foi feita então a análise dos resultados. Essa análise permitiu verificar onde os alunos possuem maiores dificuldades e como elas poderiam ser trabalhadas, facilitando assim a aprendizagem.

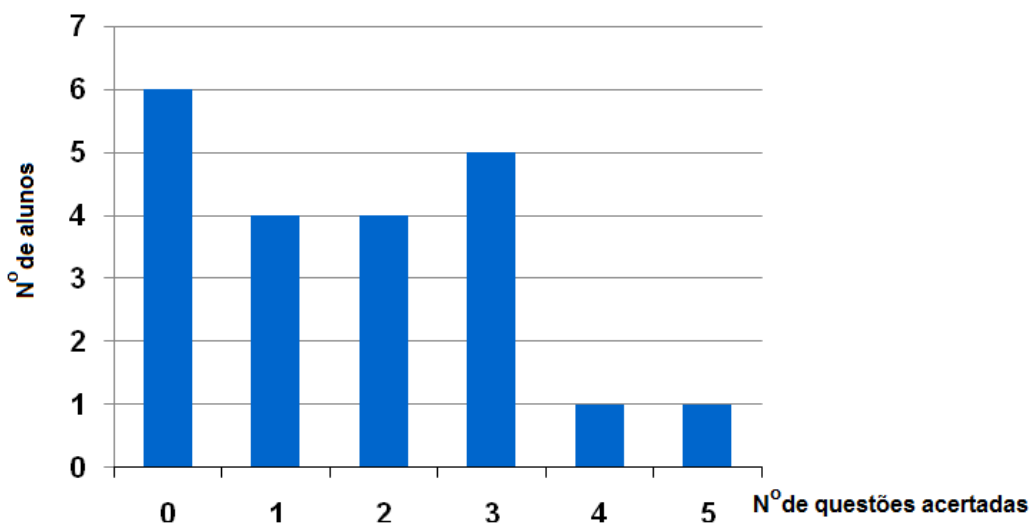
6.2. DESEMPENHO DOS ALUNOS NO TESTE

Muitos alunos não responderam as questões, outros apresentaram apenas a resposta numérica da questão sem desenvolvimento ou apenas o desenvolvimento sem indicação da resposta numérica, alguns apresentaram o desenvolvimento de seu raciocínio listando possibilidades corretas ou incorretas sem indicação de resposta e outros realizaram o desenvolvimento completo de todas as questões corretamente. Algumas respostas geraram certa confusão, pois muitas vezes não era possível entender o que o aluno queria dizer.

No teste, a maioria das dificuldades dos alunos se deu, entre outros, pelos seguintes motivos: não sabem usar a árvore das possibilidades ou a usam de modo incorreto; não interpretam o problema de modo correto ou usam a soma no lugar da multiplicação.

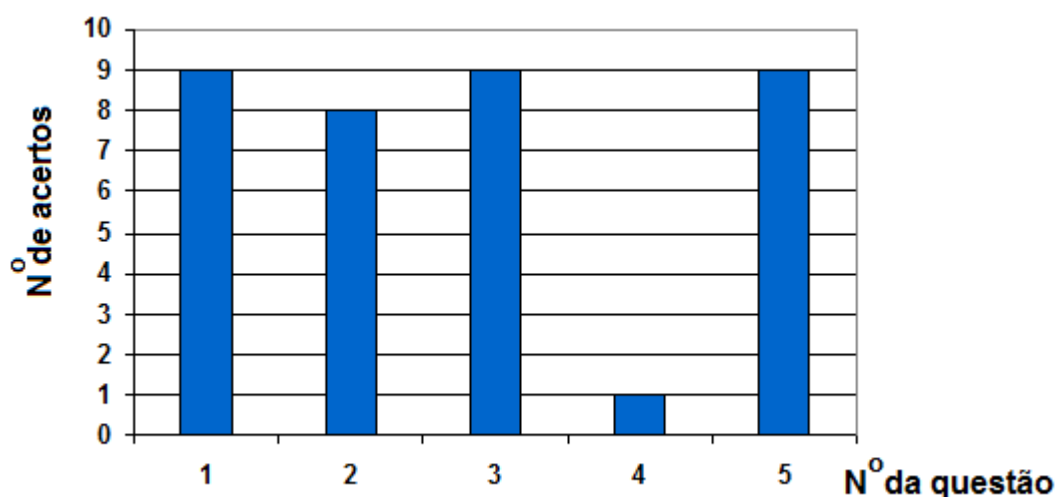
Os gráficos a seguir mostram alguns dados referentes à aplicação dos testes, o primeiro com relação ao número de questões acertadas pelos alunos e o segundo com o número de acertos por questão.

Gráfico 01: Número de questões acertadas x número de alunos



Através dos dados apresentados nesse gráfico, pode-se observar que aproximadamente 30% dos alunos, ou seja, 6 dentre os 21 alunos que realizaram o teste, erraram todas as questões. Apenas um aluno, ou seja, aproximadamente 5% do total dos alunos acertou a todas as questões propostas e também apenas um aluno, acertou quatro das cinco questões propostas. Considerando que o teste tinha 5 questões e que a média de acerto é de 3 questões, ou seja, 60% do teste, tem-se que aproximadamente 33% dos alunos acertaram 3 ou mais questões, ficando acima da média, enquanto 67% ficaram abaixo da média, o que parece indicar que esses alunos não dominam o conteúdo abordado no teste.

Gráfico 02: Número de acertos por questão



Através dos dados apresentados nesse gráfico, pode-se observar que a *questão 1* que abordava o número de possibilidades de uso de quatro camisas e três calções por uma equipe de futebol; a *questão 3* que se referia às combinações de duas modalidades de esporte e três atividades artísticas e a *questão 5* que abordava as possibilidades de escrever números de dois algarismos usando três números dados, foram as mais acertadas.

Aproximadamente 42% dos alunos acertaram cada uma dessas questões, o que indica que um baixo percentual dos alunos consegue resolver questões dos tipos 1, 3 e 5.

A *questão 4*, que descreve as possibilidades de chegar a uma certa cidade passando por vários caminhos, foi a menos acertada, o que nos leva a considerá-la

a de mais difícil compreensão por parte dos alunos. Mas essa dificuldade já era esperada, pois essa questão envolve além do cálculo de possibilidades, a soma das mesmas no final da resolução. De fato apenas um aluno a acertou, o que representa 5% do total de alunos.

Aproximadamente 38% dos alunos conseguiram acertar a *questão 2*, que envolve as possibilidades de comprar sorvetes no palito e no copinho, revelando também que um baixo percentual dos alunos dá conta de resolver questões desse tipo. A dificuldade do aluno nesta questão está em enxergar onde colocar os sorvetes (copinho e palito); a maioria se concentra nos vários sabores disponíveis para combinação.

Depois da realização do teste, foram desenvolvidas as atividades com aplicação de jogos e materiais concretos, descritas a seguir.

6.3. DESCRIÇÃO DA 2ª ATIVIDADE: APLICAÇÃO DOS JOGOS

O objetivo dessa atividade foi trabalhar algumas situações problema de combinatória através de jogos e materiais concretos de forma que se pudesse explorar o raciocínio do aluno em buscar resultados e criar métodos e oportunidades de desenvolverem os conteúdos trabalhados no teste e avaliar até que ponto essa atividade contribui não só para a aquisição das habilidades descritas anteriormente, como também para as outras apontadas no início deste trabalho. Os jogos foram aplicados para os 21 alunos da turma do 6º ano do ensino fundamental, os mesmo com os quais trabalhamos a 1ª atividade.

Como houve um número de acerto pouco significativo dos problemas contemplados no teste, utilizamos os jogos com o objetivo de facilitar o entendimento de cada um deles. Foram então, como dito anteriormente, aplicados cinco jogos, todos relativos às questões trabalhadas no teste.

O uso do jogo e dos materiais concretos, foi a maneira encontrada para abordar o assunto de forma interessante e atraente. De acordo com Guzmán (1986), por meio dos jogos os alunos não apenas se divertem, mas também extraem das atividades, materiais suficiente para gerar conhecimento, interessar e fazer com que os alunos pensem com certa motivação.

Segundo Groenwald (2000), os jogos com regras são importantes para o desenvolvimento do pensamento lógico e se desejamos que os alunos compreendam todas as regras e que haja aprendizagem por meio do jogo, é necessário que este seja realizado mais de uma vez. Na aplicação do jogo, cada vez que o aluno jogava, mais claros ficavam os conceitos abordados e as dúvidas eram sanadas.

Segue-se a descrição de cada jogo com suas regras, objetivos e a análise da aplicação dos jogos, através das observações e dos registros dos alunos.

6.3.1. Jogo 1 – Vestindo os bonecos

O objetivo com esse jogo é fazer com que os alunos usassem a combinação para demonstrar de quantas maneiras diferentes eles podem vestir o boneco, sem repetição. Dessa maneira seria possível explorar o raciocínio combinatório por meio do princípio multiplicativo e trabalhar métodos para que os alunos desenvolvam os conteúdos trabalhados na atividade prévia, avaliando até que ponto o jogo contribui para a aquisição das habilidades de percepção, raciocínio lógico, compreensão dos conceitos de combinatória e das operações multiplicativas.

Para a realização do jogo a turma foi dividida em 9 duplas e um trio. Os alunos logo se juntaram, o que nos leva a inferir que gostam de trabalhar em grupo. Cada dupla recebeu quatro bonecos, 3 blusas e 4 calças para vestir cada um desses bonecos. Através do jogo as duplas teriam que desenvolver as quatro etapas da atividade: a enumeração das possibilidades, a montagem da tabela e da árvore das possibilidades e a solução por meio do princípio multiplicativo.

Nesse aspecto, observa-se que, conforme Brenelli (1996), durante o desenrolar de um jogo, o aluno se torna mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões sem necessidade da interferência ou aprovação do professor.

Quando o material do jogo foi distribuído a orientação era para vestir os bonecos fazendo as combinações com as roupas que estavam disponíveis, os alunos logo perguntaram se era para vestir os bonecos com as mesmas roupas. Então foi explicado que o objetivo era dar a quantidade de maneiras diferentes usadas para vestir cada boneco com as peças de roupas que haviam recebido, lembrando que cada dupla recebeu quatro bonecos, 3 blusas e 4 calças para cada um desses bonecos. Essa combinação deveria ser para cada boneco e eles teriam fazer o registro.

Como meta, ganharia o 1º lugar a dupla que completasse primeiro as quatro etapas do jogo de forma correta, depois viria o 2º, o 3º e o 4º lugares.

Folhas em branco foram distribuídas para as anotações durante o jogo e assim os alunos registraram todas as combinações possíveis, para todos os bonecos. Ao final observaram que para cada boneco tinham 12 combinações de roupas para vesti-los, e que no total teriam 48 combinações possíveis para todos os bonecos. Segue o registro feito por uma dupla:

Enumeração das possibilidades de combinação

1- blusa azul - calça verde; blusa azul - calça branca; blusa azul- calça amarela; blusa azul - calça azul.

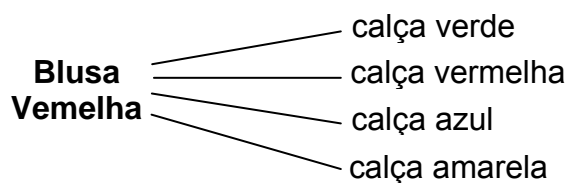
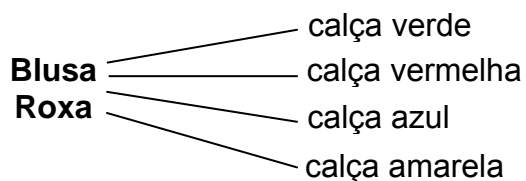
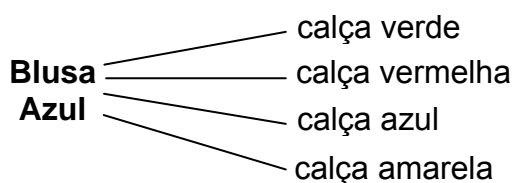
2- blusa roxa - calça branca; blusa roxa - calça amarela; blusa roxa- calça verde; blusa roxa - calça azul.

3- blusa vermelha - calça amarela; blusa vermelha - calça branca; blusa vermelha – calça verde; blusa vermelha - calça azul.

Tabela

calças blusas	Vd	B	Az	Am
Az	AzVd	AzB	AzAz	AzAm
R	RVd	RB	RAz	RAm
Vm	VmVd	VmB	VmAz	VmAm

Árvore das Possibilidades



Princípio multiplicativo:

Número de possibilidades de blusas		Número de possibilidades de calças		Número total de possibilidades
3	x	4	=	12

Como pode ser observado, os alunos dessa dupla chegaram aos registros corretos. Foi possível então verificar que o uso do jogo e dos materiais auxiliou muito o entendimento, não só da interpretação do problema, como também das estratégias que deviam ser utilizadas para se chegar ao resultado.

6.3.2. Jogo 2 – Sorvetes e seus sabores

O objetivo desse jogo foi fazer com que os alunos usassem a combinação para verificar de quantas maneiras diferentes eles podiam tomar sorvete, sendo duas as possibilidades: copinho e casquinha e cinco sabores à escolher.

Para a realização do jogo a turma foi dividida em duplas e trios. Nesse jogo houve muitas dificuldades para iniciação. Os alunos não conseguiam pensar de que maneira poderiam fazer as combinações porque eles não conseguiam perceber as opções de como poderiam comprar os 5 sabores de sorvete disponíveis. Quando questionados sobre as maneiras diferentes que eles poderiam comprar os sorvetes, eles responderam que teriam cinco maneiras, pois eram cinco os sabores que tinham. Por várias vezes insistiram nessa resposta. A cada grupo foi dado uma casquinha, um copinho e duas bolas de sabores repetidos (2 de maçã, 2 de banana, 2 de morango, 2 de laranja e 2 de uva). Quando mais uma vez foi pedido para que observassem as opções que tinham e fizessem combinações diferentes e dessem a resposta, um dos alunos de um grupo gritou “são duas maneiras”. Então foi questionado quais eram essas maneiras, mas novamente responderam pensando somente nos sabores que tinham disponíveis. Disseram ser duas porque eles tinham duas bolas de morango, duas de maçã e, assim por diante.

Nesse momento foi possível perceber a importância do material, o copinho e a casquinha e as bolas de sorvete, para o entendimento da situação que estava sendo proposta. Exemplificando algumas das possibilidades através das figuras e

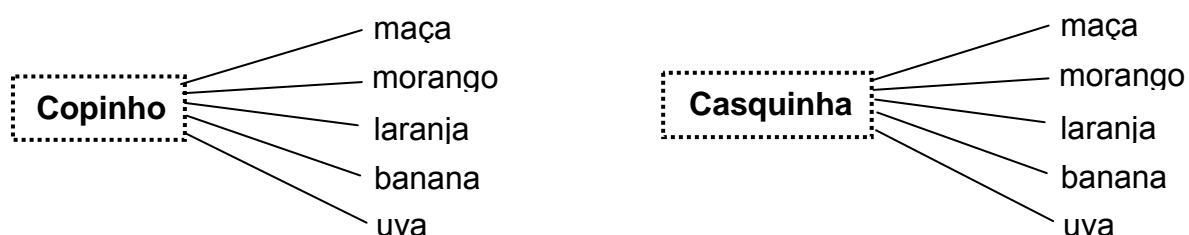
com a nossa ajuda, eles foram aos poucos esclarecendo as dúvidas e começaram a montar as combinações e registrá-las no papel de forma correta.

Um importante aspecto observado foi em relação ao erro. Em atividades que envolvem jogos, os alunos não se sentem “derrotados” por não conseguir realizar a atividade ou “errar” muitas vezes enquanto tentam acertar.

Brenelli (1996), afirma que é neste sentido que o erro passa a ser um desafio para retomar o processo e é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta. Trabalhar com jogos permite ao professor observar os erros e acertos, detectando as dificuldades e o desempenho de cada aluno durante todo o processo de realização da atividade.

A seguir o registro de uma dupla:

Diagrama da árvore:



Princípio multiplicativo:

Número de possibilidades para colocar o sorvete		Número de possibilidades de sabores		Número total de possibilidades
2	x	5	=	10

Quando os alunos terminaram, para realmente constatar que eles haviam entendido a combinação e o princípio multiplicativo, foram apresentados outros tipos de problemas como os do teste, pedindo para realizarem as combinações possíveis e com isso observar que eles não tiveram mais dificuldades em resolver os problemas e achar as combinações.

6.3.3. Jogo 3 – Esportes x Atividades artísticas

O objetivo desse jogo foi fazer com que os alunos usassem a combinação para determinar de quantas maneiras diferentes eles podiam fazer uma atividade física e uma atividade artística juntas, sendo que a escola ofertava duas modalidades de esporte e três atividades artísticas.

Para a realização do jogo a turma foi dividida em duplas e trios. Nesse jogo não houve dificuldades para iniciação, visto que os alunos já estavam habituados com os jogos anteriormente aplicados e com a idéia que era a mesma, embora o problema fosse diferente.

Cada dupla recebeu duas fichas contendo as modalidades de esporte e três fichas contendo as atividades artísticas. Quando o material foi distribuído, e foi pedido a eles para fazer as possíveis combinações de um esporte e uma atividade artística dentre o que haviam recebido, os alunos logo perceberam o objetivo da atividade.

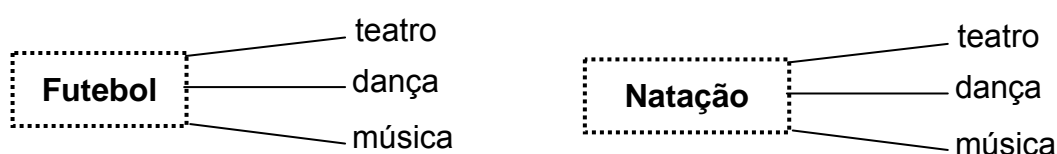
Alguns, apenas questionaram se poderiam fazer dois esportes ao invés de um esporte mais uma atividade artística. Então foi esclarecido que o objetivo era dar o resultado de quantas maneiras diferentes poderiam combinar aquelas duas atividades e que nesse caso não haveria a possibilidade de combinação de esporte com esporte.

A discussão tomou parte da aula, os grupos começaram a interagir e um dava mais importância a certas atividades que outros, visto que as modalidades esportivas e as atividades artísticas eram muitas vezes diferentes em cada grupo.

Os alunos registraram todas as combinações e observaram que no total teriam 6 combinações possíveis para realizar as duas atividades juntas.

A seguir alguns registros dessa atividade:

Diagrama da árvore:



Princípio multiplicativo:

Número de possibilidades com as modalidades de esporte	Número de possibilidades com as atividades artísticas	Número total de possibilidades
2	x	3
		=
		6

Enumeração das possibilidades de combinação

1. futebol e teatro
2. futebol e dança
3. futebol e música
4. natação e teatro
5. natação e dança
6. natação e música

6.3.4. Jogo 4 – Combinando números

O objetivo desse jogo foi fazer com que os alunos usassem o raciocínio combinatório para determinar quantos números de dois algarismos diferentes eles poderiam escrever usando três algarismos distintos. O jogo foi aplicado para duplas, sendo que uma delas recebeu os algarismos 1, 3 e 5 e a outra os algarismos 2, 4 e 6.

Quando esta atividade foi aplicada no teste, alguns alunos não fizeram corretamente as possíveis combinações, mas diante do jogo, com as fichas numeradas nas mãos, as dificuldades desapareceram.

A turma foi dividida em grupos formados por 4 alunos e estes grupos divididos em duplas. Uma dupla ficou com 3 números pares e a outra dupla com 3 ímpares, e a partir daí deveriam fazer as combinações para formar a maior quantidade de números distintos de dois algarismos. A grande dificuldade presente nesse jogo esteve no fato de que muitos alunos não sabiam o que significava “algarismos”. Nesse momento, fez-se então necessário intervir e dar os esclarecimentos.

Exemplo do registro da atividade desenvolvida por uma dupla:

✓ Dupla que recebeu os números: 1, 3 e 5.

13; 31; 15; 51; 35; 53

✓ Dupla que recebeu os números: 2, 4 e 6.

64; 46; 24; 42; 26; 62

Como variação do jogo, foi perguntado aos alunos o que aconteceria se juntássemos os 6 números (pares e ímpares). O número de combinações aumentaria? Uma aluna respondeu que “sim”, mas os outros disseram “não”. Então todas as fichas foram embaralhadas e foi solicitado que eles fizessem novamente as combinações. Logo eles perceberam que poderiam formar outros números de dois algarismos usando todos os algarismos, um par e um ímpar. Novamente foi possível constatar a importância do jogo e do material concreto na resolução de problemas de contagem.

6.3.5. Jogo 5 – As cidades e seus caminhos

Esse jogo foi o de mais difícil compreensão por parte dos alunos, de acordo com o teste aplicado. Através dele foram trabalhadas regras e interação de grupos, além do princípio multiplicativo.

Foi feita inicialmente uma leitura das regras em voz alta para a turma e solicitado aos alunos que lessem pausadamente, para que fossem montando o jogo passo a passo. A grande dificuldade nesse jogo se devia ao fato de que além da contagem individual das possibilidades de caminhos, os alunos deveriam no final somar as possibilidades individuais para se ter o total de possibilidades. Foi então possível perceber a importância do material concreto para resolver problemas desse tipo. Com o uso do material, cidades de papel e canudinhos para os caminhos, os alunos fizeram a montagem dos caminhos e foram levados a refletir sobre as possibilidades para ir de uma cidade a outra.

Utilizando o material, foi perguntado aos alunos quantos caminhos existiam da 1ª cidade para a 2ª e eles disseram “dois”. Novamente foi questionado: Mas se temos dois caminhos, podemos seguir para a próxima cidade passando pelos dois ao mesmo tempo? E eles responderam “Não”. Questionados sobre o que deveriam fazer, os alunos responderam que deveriam usar um caminho de cada vez.

Sendo assim, as perguntas foram repetidas para ir da 2ª para a 3ª cidade e no final eles perceberam que só poderiam fazer o percurso desejado indo por uma cidade de cada vez. Então fizeram as combinações possíveis, chegaram ao resultado final de quantos percursos havia no total para ir de uma cidade a outra, tendo como opção passar por mais 1, 2 ou 3 cidades diferentes.

A seguir, é apresentado o registro dessa atividade realizada por duas duplas diferentes. Uma das duplas fez a atividade pela enumeração das possibilidades, montou a tabela e realizou o princípio multiplicativo. A outra dupla fez o desenho esquemático da situação.

Registro I: Dupla que recebeu 4 cidades e 2 caminhos da 1ª para a 2ª cidade (caminhos branco e azul); 4 caminhos da 2ª para a 3ª cidade (azul, vermelho, amarelo e verde) e 1 caminho da 3ª para a 4ª cidade (vermelho).

Enumeração das possibilidades

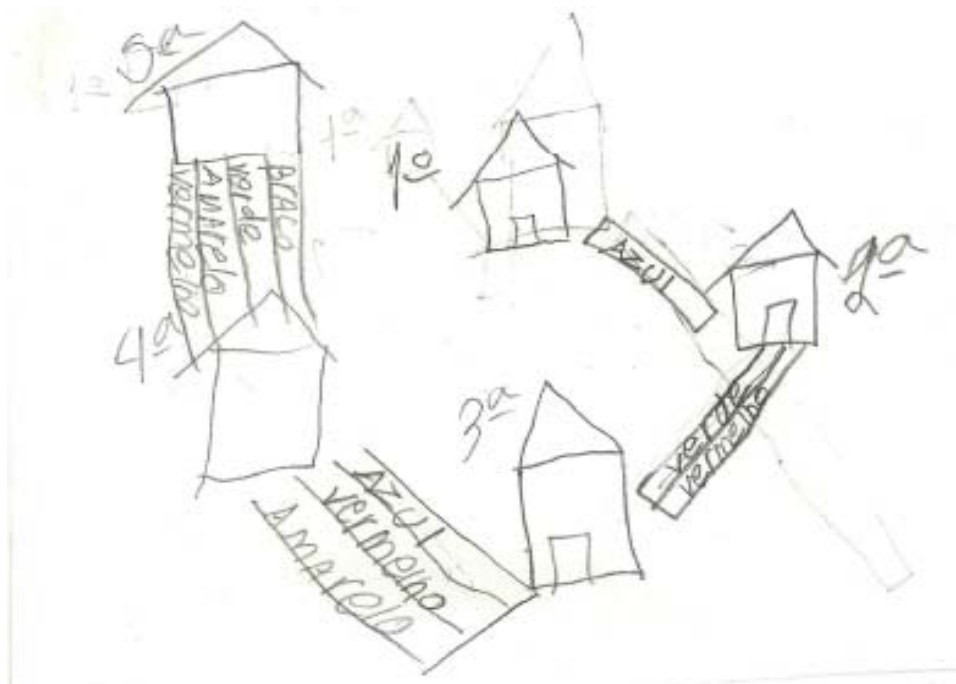
- 1- branco-azul-vermelho
- 2- azul-azul-vermelho
- 3- branco-vermelho-vermelho
- 4- azul-amarelo-vermelho
- 5- branco-amarelo-vermelho
- 6- azul-verde-vermelho
- 7- branco-verde-vermelho
- 8- azul-vermelho-vermelho

Tabela:

Número de possibilidades da 1ª para a 2ª cidade	Número de possibilidades da 2ª para a 3ª cidade	Número de possibilidades da 3ª para a 4ª cidade	Número total de possibilidades
2	4	1	8

Princípio multiplicativo: $2 \times 4 \times 1 = 8$

Registro II: Dupla que recebeu a ficha com 5 cidades; 1 caminho da 1ª para a 2ª cidade; 2 caminhos da 2ª para a 3ª cidade; 3 caminhos da 3ª para a 4ª cidade e 4 caminhos da 4ª para a 3ª cidade. Utilizaram um desenho para representar seu raciocínio.



Conforme RIZZO (1996), constatamos que os jogos desenvolvem a atenção, disciplina, autocontrole, respeito a regras e habilidades perceptivas e motoras nos alunos. Isso pôde ser observado porque muitos alunos fizeram seu registro por meio de desenhos. Também se percebe a importância do uso de material concreto. É através dele que os alunos participam ativamente da atividade e desenvolvem as noções e conceitos que os ajudarão na compreensão da solução dos problemas.

Convém ressaltar que na coleta de dados foram utilizadas as anotações feitas em sala de aula, tanto orais como escritas, enquanto se observava a turma. Foram observadas as conversas de alguns grupos durante a realização dos jogos onde se discutia a montagem dos problemas, as estratégias que utilizavam e se utilizavam ou não o raciocínio multiplicativo.

Foi possível perceber durante o teste que uma das principais causas de erros por parte dos alunos ao resolverem problemas de contagem é a utilização de uma estratégia não sistemática de enumeração. Nos momentos de discussão com os alunos e acompanhando-os durante as suas jogadas foi possível auxiliá-los

esclarecendo suas dúvidas. Este auxílio muito se assemelha aos momentos de uma investigação matemática, na qual os alunos são orientados a explorar os problemas e formular questões, organizando o seu raciocínio. Conforme Smole (2007), além dos aspectos relacionados à socialização e à formação de conceitos de Matemática, o jogo assim como o material concreto, pode ser considerado como meios eficientes para se desenvolver as formas de pensamento matemático.

7. CONCLUSÃO

O trabalho aqui apresentado teve por objetivo principal utilizar o jogo e o material concreto no processo de investigação matemática. Dentro das peculiaridades do ambiente dos jogos, pode-se afirmar que o sucesso foi obtido no que se refere aos objetivos do mesmo.

Ao propor algumas atividades ou questionamentos referentes às estruturas multiplicativas em problemas de contagem, após a aplicação do jogo, foi possível perceber que os alunos utilizam esquemas que já haviam empregado nos jogos, adaptando-os a nova realidade. Foi possível verificar também, que alguns alunos possuíam afinidade com os conceitos, sendo estes apenas resgatados e que algumas habilidades perceptivas e motoras e o desenvolvimento do raciocínio lógico, foram adquiridas através das atividades desenvolvidas.

Conforme Sousa (2002), as situações de problemas de contagem que leva em conta o raciocínio combinatório permitiram aos alunos organizar os elementos de todos os modos possíveis para obterem os resultados. A construção de conceitos matemáticos, o desenvolvimento do raciocínio lógico e principalmente a socialização, são benefícios de se trabalhar com atividades lúdicas, sendo muito útil para a aprendizagem. No entanto, atividades desse tipo exigem um comprometimento muito grande por parte do professor, pois altera o tradicional modelo de ensino que muitas vezes se dá apenas com o suporte do livro didático e dos exercícios. É preciso estar preparado para os diferentes rumos que o trabalho com os jogos pode tomar, para as dúvidas que surgem no caminho, para os conceitos que são inseridos durante o processo.

O sucesso de se trabalhar com jogos e materiais concretos depende do que o professor quer propor, seus objetivos, por isso todas as atividades devem ser bem planejadas e exploradas todas as situações, no intuito de fazer com que os alunos participem durante todo o processo investigativo.

Conforme observações realizadas, os alunos conseguiram resolver os problemas combinatórios e, pode-se concluir que o jogo assim com o material concreto pode desempenhar um importante papel no processo ensino aprendizagem, pois ambos constituem atividades atraentes para os alunos. Eles se tornam mais comunicativos e chegam a promover discussões, ajudando uns aos

outros e analisando cada situação de forma cooperativa.

Comparando os resultados obtidos neste estudo com a hipótese inicial de que “Os jogos e os materiais concretos contribuem para a resolução de problemas de contagem no Ensino Fundamental”, a conclusão é de que ela se confirmou, pois conforme Smole (2002), foi possível constatar que os alunos adquiriram capacidade de sistematizar e abstrair conhecimentos através dos jogos.

Borin (1996) afirma que os jogos contribuem para quebrar os bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos, que estes se sentem motivados a aprender quando jogam e que a atividade de jogar desempenha um importante papel no desenvolvimento de habilidades de raciocínio. Constatou-se nessa pesquisa que com o material concreto, os alunos conseguem realizar as atividades propostas mais facilmente, pois apresentaram um melhor desempenho jogando do que realizando a atividade escrita. Como dito anteriormente, não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta. No jogo não há repreensão, um ajuda o outro e o erro pode ser corrigido na hora, o que é um estimulante no processo de aprendizagem.

Este trabalho representa uma pequena contribuição para uma reflexão sobre a prática pedagógica da Matemática, no sentido de melhorar o seu ensino e tornar o aluno o centro desse ensino. As atividades do teste e os jogos sobre combinatória, desenvolvidos durante a pesquisa, foram bem aproveitados e adequados à faixa etária dos alunos.

Além disso, a pesquisa contribuiu para nossa formação, enriquecendo nossos conhecimentos, pois constatamos o quanto a Matemática pode ser prazerosa quando ensinada por meio de atividades que a tornam real e interessante perante os alunos. O conhecimento se constrói através da vivência, ou seja, através da aprendizagem de forma significativa e prazerosa e foi isso que constatamos. Os alunos desenvolveram o “raciocínio combinatório” e o “princípio multiplicativo” por meio de jogos, de forma eficiente e divertida.

As aulas utilizando esse recurso tornam-se mais dinâmicas, contribuindo para uma aprendizagem efetiva, além de representar uma diversão. Assim sendo, os jogos e os materiais utilizados permitem que os alunos trabalhem a Matemática descobrindo que esta não é uma ciência pronta e acabada e, possivelmente a partir da manipulação, alguns conteúdos e fórmulas, antes não entendidos, passam a ter outros olhares.

A aprendizagem matemática torna-se significativa para o aluno e o trabalho, mais prazeroso para o professor. Seria interessante que o professor ao iniciar o estudo sobre os problemas de contagem o fizesse através de jogos e de materiais concretos. Esse procedimento, com certeza provoca situações nas quais o aluno é capaz de pensar em várias estratégias para a dos problemas a serem resolvidos.

Foi possível constatar na pesquisa que o jogo e a utilização do material concreto colaboraram para que os alunos desenvolvessem estratégias de contagem, muito úteis na continuação de seus estudos. Acreditamos que para todos os alunos, mesmo aqueles que não tiveram um desempenho muito satisfatório, com as atividades trabalhadas na investigação, o estudo da análise combinatória no ensino médio torna-se de muito mais fácil compreensão quando comparada a de estudantes que não têm um contato com o tema abordado através de atividades dessa natureza.

Ao término dessa pesquisa, conclui-se então que as diversas situações dos jogos e que a manipulação do material concreto, ampliaram o leque de representações de problemas de contagem e o ambiente de sala de aula se tornou mais sociável, à medida que os alunos se integravam para atingirem um objetivo comum.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo; Serrazina, L. e Oliveira, I. *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica, 1999.

ANTUNES, Celso. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**. Petrópolis: RJ - Vozes, 12ª edição, 2003.

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo:IME-USP;1996.

BRENELLI, Rosely Palermo. **O jogo como espaço para pensar: A construção de noções lógicas e aritméticas**. Campinas-São Paulo: Papirus, 1996.

CANOAS, Silvia Swain. **Multiplicação e divisão já nas séries iniciais**. In: Revista Nova Escola, Setembro/2009. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/multiplicacao-divisao-ja-series-iniciais-500495.shtml>

GROENWALD, Claudia L. Oliveira, TIM, Úrsula Tatiana. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Educação Matemática em Revista, nº 2 Ano II p.21 a 26 – SBEM / 2000. Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/artigos/a1>

GUZMÁN, M. de. **Aventuras Matemáticas**. Barcelona:Labor,1986.

HUIZINGA,J. Homo Ludens – **O Jogo como elemento da Cultura**. São Paulo: Perspectiva, 1999.

LEONTIEV, Aleksei N. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. In: VIGOTSKY, L. S. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1988. p. 119-143.

MORGADO, Augusto C. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: IMPA/VITAE, 1991.

MOTOKANE, Luciane Vieira de Paiva. **Jogos Matemáticos: O Jogo “ Fatorando ”**. Ribeirão Preto – SP. Disponível em http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais/co0021.doc

NUNES, Terezinha, Bryant, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PCN - **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria do Ensino Fundamental., Brasília, 1998.

Proposta Curricular de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (CBC). Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais. 2005 – p.35.

RIZZO, Gilda; **Jogos inteligentes: A construção do raciocínio na escola natural.** Rio de Janeiro : Bertrand Brasil, 1996.

SADOVSKY, Patrícia. **Falta Fundamentação Didática no Ensino da Matemática.** Nova Escola. São Paulo, Ed. Abril, Jan./Fev. 2007.

SMOLE, Katia C.S; DINIZ, Maria Ignez; CANDIDO, Patrícia. **Cadernos do Mathema: Jogos de Matemática de 1º ao 5º ano – Ensino Fundamental.** Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOUSA, Umbelina Rodrigues de. **Um Modelo Matemático para o Estudo das Dificuldades do Sistema de Numeração Decimal** – Monografia do Curso de Especialização em Ensino de Matemática Básica. UEPB. Setembro 2002. Disponível em www.sbem.com.br

TAHAN, Malba. **O homem que calculava.** Rio de Janeiro: Record, 1968.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: Como dois e dois. A construção da Matemática.** São Paulo: FTD, 1997.

ANEXOS

ANEXO I – Teste realizado com os alunos antes da aplicação dos jogos



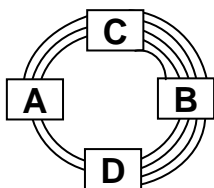
Pense bem e resolva as questões abaixo!

- 1- A equipe de futebol de salão de uma escola dispõe de 4 camisas diferentes (laranja, verde, listrada de verde, listrada de azul) e 3 calções diferentes (laranja, verde e azul).
 - b) Se a equipe usar a camisa laranja, de quantas maneiras poderá compor um uniforme completo.
 - c) Se a equipe usar a camisa verde, de quantas maneiras será possível compor um uniforme completo?
 - d) Considerando as 4 camisas e os 3 calções, há quantas possibilidades de compor um uniforme completo?

- 2- Numa sorveteria, são vendidos sorvetes de palito e de copinho, nos sabores chocolate, kiwi e morango. Quantos sorvetes diferentes é possível comprar nessa sorveteria? Quais são eles?

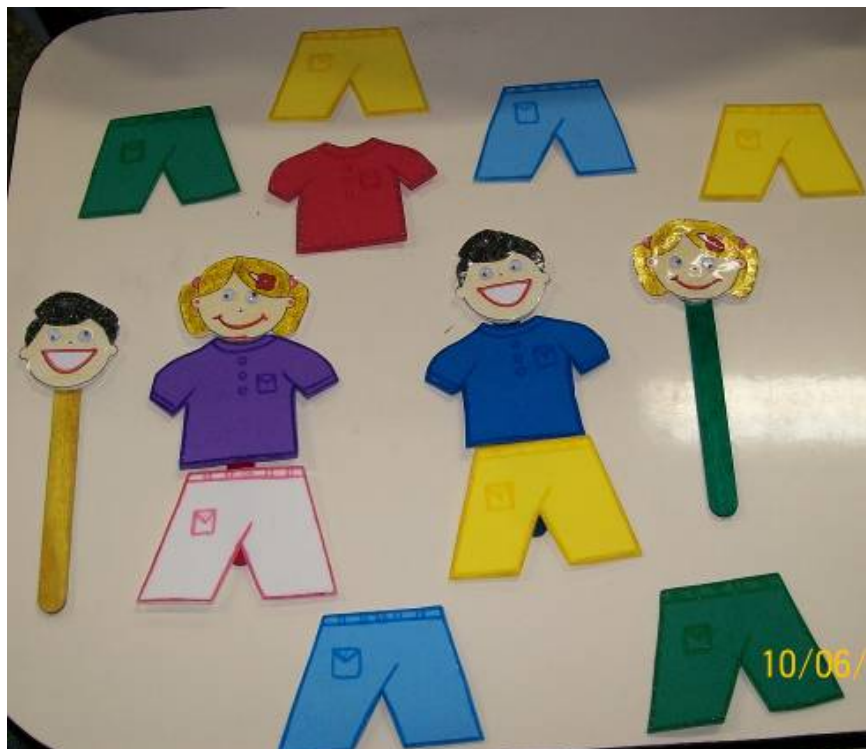
- 3- A escola de Cláudia e Ângelo oferece aos alunos duas modalidades de esporte (futebol e natação) e três atividades artísticas (teatro, dança e pintura). Como cada aluno só pode escolher um esporte e uma atividade artística, quantas são as possibilidades de escolha? Escreva as possibilidades.

- 4- Há apenas dois modos de chegar a uma cidade B, partindo da cidade A: passando pela cidade C ou pela cidade D. Há 3 estradas ligando A a C; 5 ligando C a B; 2 ligando A a D; 4 ligando D a B. Quantos percursos diferentes podemos escolher para ir de A até B?



- 5- Usando os algarismos 1,3 e 5, quantos números de dois algarismos diferentes você pode escrever?

ANEXO II – Jogo 1: Vestindo os bonecos



Material: bonecos (menina ou menino) feitos de E.V.A e palito de sorvete; 3 blusas e 4 calções desenhados em E.V.A. As blusas nas cores azul, roxa e vermelha; os calças nas cores verde, branco, amarelo e azul.

Regras:

- 1- Dividir a turma em duplas
- 2- Cada dupla deve receber quatro bonecos, 3 blusas e 4 calças; sendo as peças de roupas de cores distintas.
- 3- Cada dupla deve vestir os bonecos com as roupas recebidas, efetuando o registro de todas as possibilidades encontradas.
- 4- Os registros devem ser realizados por enumeração das possibilidades, montagem de tabela e da árvore das possibilidades e a solução final pelo princípio multiplicativo.

ANEXO III – Jogo 2: Sorvetes e seus sabores



Material: Um copinho de sorvete e uma casquinha de sorvete, ambos desenhados em E.V.A. Bolas de sorvete em E.V.A com figuras representando os sabores (banana, laranja, uva, morango e maçã).

Regras:

- 1- Dividir a turma em duplas.
- 2- Distribuir para cada dupla uma casquinha, um copinho e duas bolas de cada sabor de sorvete. Portanto, cada dupla recebe 10 bolas, são 5 os sabores (uva, maçã, banana, morango e laranja).
- 3- Cada dupla deve registrar as possibilidades de tomar o sorvete, sendo o copinho e a casquinha as duas possibilidades de “onde” colocar o sorvete e cinco sabores à escolher.

ANEXO IV – Jogo 3: Esportes x Atividades artísticas



Material: Fichas de papel cartão contendo figuras de modalidades de esportes e figuras de atividades artísticas.

Regras:

- 1- Dividir a turma em duplas
- 2- Cada dupla recebe duas fichas contendo as modalidades de esporte e três fichas contendo as atividades artísticas.
- 3- Não pode haver combinação de esporte com esporte; nem de atividades artísticas e atividades artísticas.
- 4- Cada dupla deve registrar as possíveis combinações, utilizando para isso a enumeração das possibilidades, montagem de tabela e da árvore das possibilidades e pelo princípio multiplicativo.

ANEXO V – Jogo 4: Combinando os números



Material: Fichas com os números impressos.

Regras:

- 1- Dividir a turma em grupos de 4 alunos.
- 2- Dividir cada grupo em 2 duplas.
- 3- Cada dupla deve receber três números distintos, sendo que para uma dupla são distribuídos números pares e para a outra dupla números ímpares.
- 4- Cada dupla deve fazer as combinações para formar a maior quantidade de números distintos de dois algarismos e registrar essas combinações.
- 5- Depois deve-se juntar todas as seis fichas do grupo e pedir que o mesmo faça novamente todas as combinações possíveis de dois algarismos, utilizando agora os números pares e ímpares juntos.

ANEXO VI – Jogo 5: A cidade e seus caminhos



Material: Fichas contendo a quantidade de cidades e a quantidade de caminhos entre cada uma delas. Canudinhos de cores variadas e 5 cidades, cada uma de uma cor.

Regras do Jogo:

- 1- Formar grupos de 4 pessoas e sentar-se em duplas.
- 2- Cada dupla recebe 5 cidades e 40 estradas (canudos).
- 3- Cada grupo recebe 12 fichas que devem ser embaralhadas e distribuídas igualmente para as duplas.
- 4- Com um sinal da professora as duplas iniciam a montagem dos percursos conforme as fichas, uma por uma.
- 5- Os caminhos entre as cidades não poderão ter a mesma cor.
- 6- Após o término de cada ficha, deve-se registrar numa folha todas as possibilidades de caminhos que encontraram para chegar à última cidade.
- 7- Depois de montado os percursos das 6 fichas recebidas, a dupla chama a professora para conferir os resultados.
- 8- A dupla que conseguir montar os 6 caminhos de modo correto, ganha a prova.
- 9- Caso algum esteja errado, a professora não vai dizer qual é, mas vai informar que eles devem recomeçar a prova.

ANEXO VII – Registros dos alunos

Registros do teste

1- A equipe de futebol de salão de uma escola dispõe de 4 camisas diferentes (laranja, verde, listrada de verde, listrada de azul) e 3 calções diferentes (laranja, verde e azul).

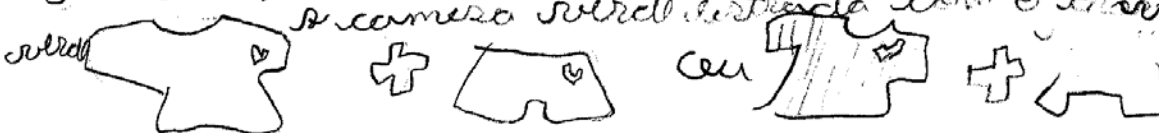
a) Se a equipe usar a camisa laranja, de quantas maneiras poderá compor um uniforme completo.

Possibilidades 8

laranja com verde 1, laranja com verde 2
laranja com azul 3, laranja com laranja 4

b) Se a equipe usar a camisa verde, de quantas maneiras será possível compor um uniforme completo?

A camisa verde com o short verde
A camisa verde listrada com o short verde



c) Considerando as 4 camisas e os 3 calções, há quantas possibilidades de compor um uniforme completo?

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline 7 \end{array} = 7$$

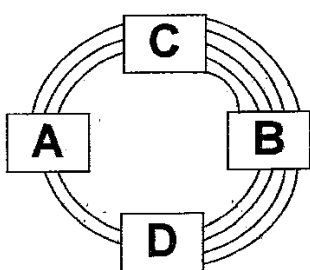
2- Numa sorveteria, são vendidos sorvetes de palito e de copinho, nos sabores chocolate, kiwi e morango. Quantos sorvetes diferentes é possível comprar nessa sorveteria? Quais são eles?

É possível comprar 5 sorvetes de copinho, palito, kiwi, chocolate e morango

- 3- A escola de Cláudia e Ângelo oferece aos alunos duas modalidades de esporte (vôlei e basquete) e três atividades artísticas (teatro, dança e pintura). Como cada aluno só pode escolher um esporte e uma atividade artística, quantas são as possibilidades de escolha? Escreva as possibilidades.

Ângelo
Cláudia
Basquete e pintura | Vôlei e dança

- 4- Há apenas dois modos de chegar a uma cidade B, partindo da cidade A: passando pela cidade C ou pela cidade D. Há 3 estradas ligando A a C; 5 ligando C a B; 2 ligando A a D; 4 ligando D a B. Quantos percursos diferentes podemos escolher para ir de A até B?



14 percursos diferentes.

- 5- Usando os algarismos 1, 3 e 5, quantos números de dois algarismos diferentes você pode escrever?

13
31
53

Podemos escrever
3 números, com
3 algarismos.

Registros dos jogos

Jogo 1: Vestindo os bonecos

Grupo 1

Boneco 1 → blusa azul calça verde,
blusa azul calça branca, blusa azul
calça amarela, blusa azul calça
azul.

Blusa roxa calça branca, blusa
roxa e calça amarela, blusa
roxa calça verde, blusa roxa
calça azul.

Blusa vermelha calça amarela,
blusa vermelha calça branca,
blusa vermelha calça verde,
blusa vermelha calça azul.

Boneco 2 → blusa vermelha calça
verde, blusa vermelha calça branca,
blusa vermelha calça azul, blusa
vermelha calça amarela.

Blusa roxa calça azul,
blusa roxa calça verde,
blusa roxa calça branca,
blusa roxa calça amarela.

Blusa azul calsa amarela,
 blusa azul calsa azul,
 blusa azul calsa verde,
 blusa azul calsa branca.

Boneco 3 →

Blusa roxa calsa verde,
 blusa roxa calsa azul,
 blusa roxa calsa amarela,
 blusa roxa calsa branca.
 blusa azul calsa verde,
 blusa azul calsa amarela,
 blusa azul calsa azul,
 blusa azul calsa branca.
 Blusa vermelha calsa amarela,
 blusa vermelha calsa verde,
 blusa vermelha calsa azul,
 blusa vermelha calsa branca.

Boneco 4 →

Blusa roxa calsa verde
 blusa roxa calsa azul
 blusa roxa calsa amarela
 blusa roxa calsa branca.
 Blusa vermelha calsa branca,
 blusa vermelha calsa verde,
 blusa vermelha calsa azul,
 blusa vermelha calsa amarela.

Blusa azul calsa azul,
 blusa azul calsa verde,
 blusa azul calsa branca,
 blusa azul calsa amarela.

Jogo 2: Sorvetes e seus sabores

Grupo - 2

Jogo da Sorveteria

Copinho = 1 de maçã, 1 de morango, 1 de laranja, 1 de banana e 1 de uva.

Coque = 1 de laranja, 1 de banana, 1 de uva, 1 de morango e 1 de maçã.

Jogo 3: Esportes x Atividades artísticas

Como fazer desim dos jogos:

Hançã + Futebol

Hançã + nataçã

Música + Futebol

Música + nataçã

Teatro + Futebol

Teatro + nataçã

Esportô = 2x arte = 3 = 6

Jogo 4: Combinando os números

Grupo 1

13
31
15
51
35
53



Grupos

64
46
24
42
26
62

Jogo 5: A cidade e seus caminhos

